William Stallings
Computer Organization and Architecture

Chapter 09
Sistemas Numéricos

Sistema Binário

O sistema binário é o mais elementar pois possui apenas dois símbolos.

Na seqüência binária, cada digito é chamado de BIT (Binary Digit).

Na Figura 4 tem-se um número binário com seu BIT mais significativo (MSB) e o bit menos significativo (LSB) sendo enfatizados.

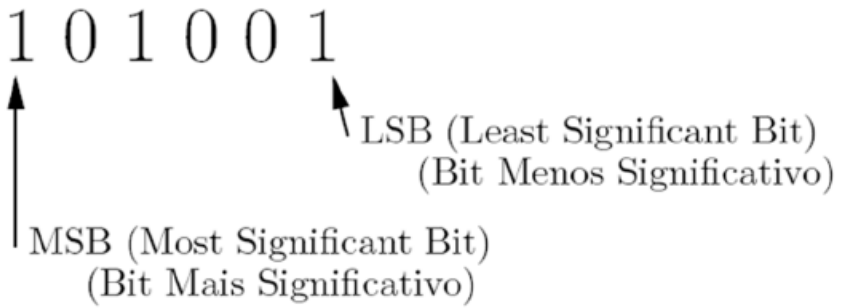


Figura 4: MSB e LSB

Visando facilitar a leitura, os bits são agrupados conforme mostra a Tabela 2, estes grupos recebem nomes específicos. A principal finalidade de agrupar os bits está em facilitar o controle dos digitos.

4 bits	Nibble
8 bits	Byte
16 bits	Word

Tabela dos Números Inteiros

A Tabela 3 mostra os números decimais de 0 até 16 e seus respectivos valores em binário, octal e haxadecimal.

Decimal (10)	Binário (2)	Octal (8)	Hexadecimal (16)
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Conversão de um número decimal para uma base B

Exemplo 1: Converter 2468_{10} para a base 16 (hexa).

Solução:

2468	16		
2464	154	16	
4	144	9	16
	10	0	0

Sentido de Leitura: 9

$$2468_{10} = 9A4_{16}$$

Exemplo 2: Converter 217_{10} para a base 8 (octal).

Solução:

217	8		
216	27	8	
1	24	3	8
	3	0	0

Sentido de Leitura: 3

$$217_{10} = 331_8$$

Exemplo 3: Converter 45_{10} para a base 2 (binário).

Solução:

45	2				
44	22	2			
1	22	11	2		
	0	10	5	2	
		1	4	2	2
			1	2	1
				0	0
					1

Sentido de Leitura: 101101

$$45_{10} = 101101_2$$

Conversão de uma base B para um número decimal

Base B para decimal.

$$101101_2 = 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 45_{10}$$

Conversão de um número octal ou hexadecimal para um número binário

Exemplo 1: 2357_8 para binário.

Solução:

$2_8 \longrightarrow 010_2$

$3_8 \longrightarrow 011_2$

$5_8 \longrightarrow 101_2$

$7_8 \longrightarrow 111_2$

$2357_8 = 010 \quad 011 \quad 101 \quad 111_2$
$2357_8 = 010011101111_2$

Exemplo 2: $4A05_{16}$ para binário.

Solução:

$4_{16} \longrightarrow 0100_2$

$A_{16} \longrightarrow 1010_2$

$0_{16} \longrightarrow 0000_2$

$5_{16} \longrightarrow 0101_2$

$4A05_{16} = 0100 \quad 1010 \quad 0000 \quad 0101_2$
$4A05_{16} = 0100101000000101_2$

Conversão de um número octal para hexa ou hexa em octal

Exemplo 1: 127_8 para hexadecimal.
Solução:

$127_8 = 001 \quad 010 \quad 111_2 =$
$127_8 = 0 \quad 0101 \quad 0111_2 = 57_{16}$
$127_8 = 001010111_2 = 57_{16}$

Exemplo 2: 32_8 para hexadecimal.
Solução:

$32_8 = 011 \quad 010_2 =$
$32_8 = 01 \quad 1010_2 = 1A_{16}$
$32_8 = 011010_2 = 1A_{16}$

Exemplo 3: $C3_{16}$ para octal.
Solução:

$C3_{16} = 1100 \quad 0011_2 =$
$C3_{16} = 11 \quad 000 \quad 011_2 = 303_8$
$C3_{16} = 11000011_2 = 303_8$

Exemplo 4: 23_{16} para octal.
Solução:

$23_{16} = 0010 \quad 0011_2 =$
$23_{16} = 00 \quad 100 \quad 011_2 = 43_8$
$23_{16} = 00100011_2 = 43_8$

Exercícios de Conversões

1) Converter os seguintes números para a base 10:

a) 11111000011110_2
b) 111101001_2
c) 1111000010_2
d) 10001000001000_2
e) $12C_{16}$
f) FFF_{16}
g) 121_{16}
h) $34F_{16}$
i) 1111101000_2
j) $5CB6_{16}$

2) Converter os seguintes números para a base 2:

a) 10_{10}
b) 64_{10}
c) 121_{10}
d) 512_{10}
e) 497_{10}
f) 8541_{10}
g) 255_{16}
h) DEB_{16}
i) $9A_{16}$
j) $9C7_{16}$

3) Converter os seguintes números para as bases indicadas:

a) 10_{10} -> hexadecimal
b) 64_{10} -> octal
c) 1010011011_2 -> decimal
d) 512_{10} -> hexadecimal
e) 101101110_2 -> hexadecimal
f) $1D5_{16}$ -> decimal
g) 10000101_2 -> hexadecimal

Frações Binárias

Conversão de frações decimais para base binária

Regra da multiplicação refletida:

1. Multiplicar o número decimal pela base B;
2. A parte inteira do resultado é utilizada como digito da base B;
3. A parte inteira é descartada;
4. Retornar ao passo 1 caso a parte fracionária seja diferente de 0 (zero).

Exemplo 1: $0,375_{10}$ para binário.
Solução:

$$0,375 \times 2 = 0,75 \longrightarrow 0$$
$$0,75 \times 2 = 1,50 \longrightarrow 1$$

Descarta parte inteira

$$0,50 \times 2 = 1,00 \longrightarrow 1$$

Termina o processo quando a parte fracionária chega até 0 (zero).

$$\boxed{0,375_{10} = 0,011_2}$$

Fazer:

a)$0,2_{10}$ ➔ binário

$$\boxed{0,2_{10} = 0,00110011\ldots_2}$$

b)$3,25_{10}$ ➔ binário

$$\boxed{3,25_{10} = 11,01_2}$$

Conversão de frações binárias para base decimal

Manter a mesma regra de conversão, usando expoente negativo decrescente para o componente decimal

Exemplo 1: $11{,}011_2$ para decimal

$$1\ x\ 2^1 + 1\ x\ 2^0 + 0\ x\ 2^{-1} + 1\ x\ 2^{-2} + 1\ x\ 2^{-3} = 3{,}375_{10}$$

Aritmética Binária

Adição Binária

0 + 0 = 0	
0 + 1 = 1	
1 + 1 = 0	com transporte de 1
1 + 1 + 1 = 1	com transporte de 1

```
  1  1
  56719
+ 31863
-------
  88582
```

```
 11  1
  1101
+ 1101
------
 11010
```

Adição Binária

1)

$$\begin{array}{r} 11001100 \\ + \quad 111011 \\ \hline \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{r} 11101101 \\ + \; 10010110 \\ \hline \end{array}$$

Adição Binária

1)

```
  1111
  11001100
+ 00111011
----------
 100000111
```

2)

```
  11111
  11101101
+ 10010110
----------
 110000011
```

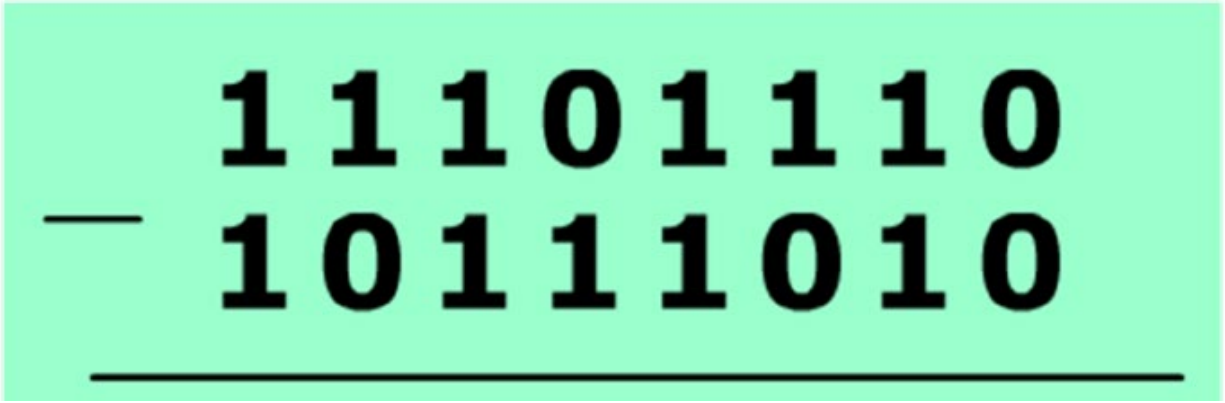
Subtração Binária

1	0	-	0	=	0
2	1	-	1	=	0
3	1	-	0	=	1
4	0	-	1	=	1 empresta 1

```
 7  12 9  13
  8  3  0  3
- 5  4  8  6
-------------
  2  8  1  7
```

```
                  10    10
  1  0  0  0  0  0  0  0  0
-       1  0  0  1  0  1
-------------------------
  1  0  0  1  1  1  1  1
```

Subtração Binária



Subtração Binária

```
  11101110
- 10111010
----------
    110100
```

Multiplicação Binária

```
    1001
   X1001
   -----
   11001
   0000
  0000
 1001
-------
 1010001
```

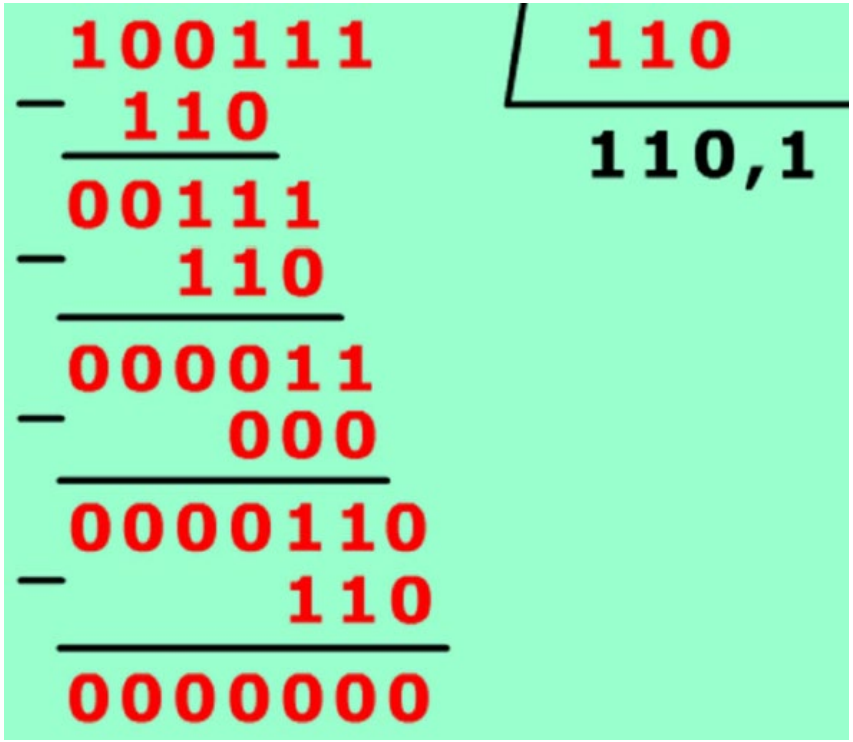
```
      111
   X  111
   -------
   10111      1
   1111
  1111
-------
 110001
```

```
        1 0 0 1
      x 1 0 0 1
      ---------
        1 0 0 1
      0 0 0 0
    0 0 0 0
  1 0 0 1
-------------
  1 0 1 0 0 0 1
```

Divisão Binária

011_{10}

```
100011 | 101
       |-----
  101  | 111
 ----
  0111
   101
  ----
   0101
    101
   ----
    000
```



Exercícios Aritmética Binária

a) $10101_2 + 1011_2$

b) $111,101_2 + 11,001_2$

c) $10100_2 - 1011_2$

d) $1101,_2 - 110_2$

e) $10101_2 \times 111_2$

f) $1100100_2 / 1010_2$

g) 1 1 0 0 1 / 1 0 1 0

h) 1 0 0 1 1 1 / 1 1 0 1

a) 101100_2

b) $1010,110_2$

c) 1001_2

d) $111,_2$

e) 10010011_2

f) 1010_2

g) 10,1

h) 11